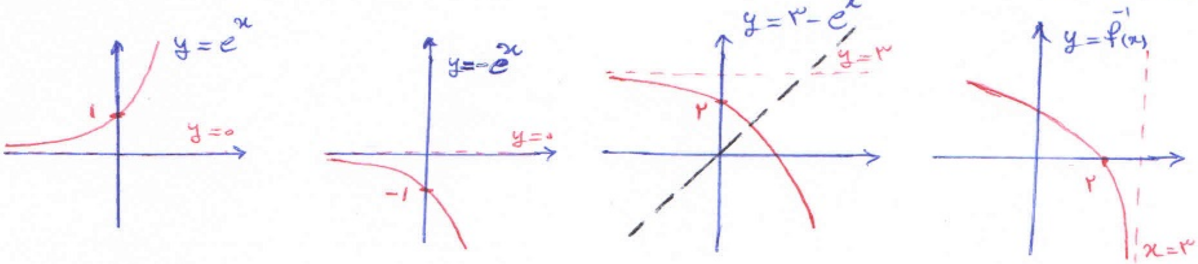
سوال ۱۰۱)

$f(x)=۳-e^x \rightarrow y=\sqrt{x\cdot f^{-۱}(x)} \xrightarrow{\text{دامنه}} ? \Rightarrow x\cdot f^{-1}(x) \geq ۰ \Rightarrow$ نواحی اول و سوم نمودار f^{-1} مطلوب است.



$\Rightarrow D:[۰,۲]$

سوال ۱۰۲)

$x^۲-۲(a-۲)x+۱۴-a=۰ \rightarrow$ دو ریشه‌ی مثبت $\rightarrow$ حدود a کدام است ؟

$\Delta>۰ \rightarrow ۴(a-۲)^۲-۴(۱۴-a)>۰ \rightarrow ۴a^۲-۱۲a-۴۰>۰ \xrightarrow{\div ۴} a^۲-۳a-۱۰>۰$

$\Rightarrow (a-۵)\cdot(a+۲)>۰ \Rightarrow$ $\begin{array}{ccccc} & -۲ & & ۵ & \\ + & & - & & + \\ ج & & & & ج \end{array}$ I

$S>۰ \rightarrow ۲(a-۲)>۰ \rightarrow a>۲$ II

$P>۰ \rightarrow ۱۴-a>۰ \rightarrow a<۱۴$ III

$\xrightarrow{\text{I} \cap \text{II} \cap \text{III}} ۵<a<۱۴$

سوال ۱۰۳)

$A\Big|^{۲}_{۶} \in f(x)\ ,\ B\Big|^{۱۲}_{۱۰} \in f(x)\ ,\ f(x)=a+\log_{۲}(bx-۴) \rightarrow a=?$

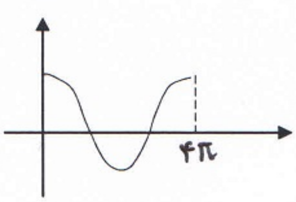
$۶=a+\log_۲(۲b-۴) \longrightarrow ۲b-۴=۲^{۶-a}$ (*)

$۱۰=a+\log_۲(۱۲b-۴) \longrightarrow ۱۲b-۴=۲^{۱۰-a}$

$\xrightarrow[\text{پایینی بر بالایی}]{\text{تقسیم}} \dfrac{۱۲b-۴}{۲b-۴}=\dfrac{۲^{۱۰-a}}{۲^{۶-a}}=۲^۴=۱۶$

$\Rightarrow ۱۲b-۴=۳۲b-۶۴ \Rightarrow ۲۰b=۶۰ \Rightarrow b=۳ \xrightarrow[\text{در (*)}]{\text{جایگذاری}} ۲(۳)-۴=۲^{۶-a} \rightarrow a=۵$

سوال ۱۰۴)



$f(x)=\dfrac{۱}{۲}+۲\cos(mx)$

$f\left(\dfrac{۱۶\pi}{۳}\right)=?\ \dfrac{۱}{۲}+۲\cos\left(\dfrac{۱}{۲}\times\dfrac{۱۶\pi}{۳}\right)=\dfrac{۱}{۲}+۲\cos\left(\dfrac{۸\pi}{۳}\right)$

$T=۴\pi$ نمودار

$T=\dfrac{۲\pi}{|m|}$ ضابطه

$\Rightarrow m=\dfrac{۱}{۲}$

$\Rightarrow =\dfrac{۱}{۲}+۲\cos\left(۲\pi+\dfrac{۲\pi}{۳}\right)=\dfrac{۱}{۲}+۲\underbrace{\cos\left(\dfrac{۲\pi}{۳}\right)}_{-\frac{۱}{۲}}$

$\Rightarrow =\dfrac{۱}{۲}+۲\left(-\dfrac{۱}{۲}\right)=-\dfrac{۱}{۲}$

سوال ۱۰۵)

فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی دو تابع $f(x)$, $g(x)$ از نقطه‌ی به مختصات $A\begin{vmatrix}-1\\1\end{vmatrix}$ کدام است ؟

$$f(x)=3^x+\frac{8}{3}\quad ;\quad g(x)=\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2x} \Rightarrow f(x)=g(x) \Rightarrow 3^x+\frac{8}{3}=\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2x}=3^{-x}$$

$$\Rightarrow 3^x=t>0 \Rightarrow t+\frac{8}{3}=\frac{1}{t} \xRightarrow{\times 3t} 3t^2+8t=3 \Rightarrow 3t^2+8t-3=0$$

$$\Rightarrow t=\frac{-8\pm\sqrt{64+36}}{6}=\begin{cases}-3 & \times\\ \frac{1}{3} & \checkmark\end{cases} \Rightarrow 3^x=\frac{1}{3} \Rightarrow x=-1 \xrightarrow[\text{در هر کدام از توابع}]{\text{جایگذاری}} \text{نقطه تلاقی } B\begin{vmatrix}-1\\3\end{vmatrix}$$

فاصله B, A: $\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}=\sqrt{0^2+2^2}=2$

سوال ۱۰۶)

اگر مجموع جذر ریشه‌های معادله‌ی $2x^2-(m+1)x+\frac{1}{8}=0$ برابر ۲ باشد. مقدار m کدام است ؟

$$\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=2 \xRightarrow{\text{به توان ۲}} \alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\cdot\beta}=4 \Rightarrow S+2\sqrt{P}=4$$

$$\left.\begin{array}{l} S=\frac{-b}{a}=\frac{m+1}{2}\\ P=\frac{c}{a}=\frac{\frac{1}{8}}{2}=\frac{1}{16}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{m+1}{2}+2\left(\frac{1}{4}\right)=4 \longrightarrow m=6$$

سوال ۱۰۷)

$$f(x)=\frac{1+x^2}{1-x^2}\ ,\ g(x)=\sqrt{x-x^2} \ \rightarrow\ D_{gof}=?\ \{x \mid x\in D_f\ ,\ \underbrace{f(x)\in D_g}\}$$

$D_f: 1-x^2\neq 0 \rightarrow x\neq \pm 1$

$D_g: x-x^2\geq 0 \rightarrow x\cdot(1-x)\geq 0$

$\Rightarrow$ (جدول تعیین علامت: 0, 1 ؛ $-\ +\ -$) $\rightarrow x\in[0,1]$

$$0\leq \frac{1+x^2}{1-x^2}\leq 1$$

$(-1,1)$ ؛ $\Rightarrow \frac{1+x^2}{1-x^2}-1\leq 0 \rightarrow \frac{2x^2}{1-x^2}\leq 0$ ؛ مضاعف

اشتراک: $x=0$

سوال ۱۰۸)

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}+\underbrace{\cos^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)}_{5\pi/6}\right)=?\quad \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)=\frac{-1}{2}$$

سوال ۱۰۹)

$$\frac{۱}{\sin(۱۵)} - \frac{۱}{\cos(۱۵)} = ? \quad \frac{\cos(۱۵) - \sin(۱۵)}{\sin(۱۵)\cdot\cos(۱۵)} = \frac{-\sqrt{۲}\,\sin(۱۵-۴۵)}{\frac{۱}{۲}\sin(۲(۱۵))} = \frac{-\sqrt{۲}\,(-\frac{۱}{۲})}{\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}} = ۲\sqrt{۲}$$

سوال ۱۱۰)

جواب عمومی معادله‌ی مثلثاتی مقابل کدام است ؟

$$\underbrace{\sin(x)\cdot\sin(۳x)}_{\frac{۱}{۲}\left[\cos(۲x)-\cos(۴x)\right]} = \cos(۲x)$$

$$\xrightarrow{\times ۲} \cos(۲x) - \cos(۴x) = ۲\cos(۲x)$$

$$\Rightarrow \cos(۲x) + \cos(۴x) = ۰$$

$$\Rightarrow ۲\cos(۳x)\cdot\cos(x) = ۰$$

$$\Rightarrow x = k\pi + \pi/۲$$

$$\Rightarrow ۳x = k\pi + \pi/۲ \Rightarrow x = k\pi/۳ + \pi/۶$$

$$x = \frac{k\pi}{۳} + \pi/۶ \xLeftarrow{\text{اجتماع}}$$

سوال ۱۱۱)

$$\lim_{x\to ۰} \frac{\sqrt{\cos(۳x)} - \sqrt{\cos(x)}}{x^{۲}} = ?$$

استفاده از هم ارزی: $\cos^{n}(u) \sim ۱ - \frac{n\,u^{۲}}{۲}$, $u \to ۰$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۰} \frac{\left(۱ - \frac{۱}{۲}\times\frac{۹x^{۲}}{۲}\right) - \left(۱ - \frac{۱}{۲}\times\frac{x^{۲}}{۲}\right)}{x^{۲}} = \lim_{x\to ۰} \frac{-۲x^{۲}}{x^{۲}} = -۲$$

سوال ۱۱۲)

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{۳} + \tan^{-۱}\left(\frac{x}{۲}\right)\right) \quad \to \quad f'(۲\sqrt{۳}) = ?$$

$$f'(x) = \frac{\frac{۱}{۲}}{۱ + \frac{x^{۲}}{۴}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{۳} + \tan^{-۱}\left(\frac{x}{۲}\right)\right) \Rightarrow f'(۲\sqrt{۳}) = \frac{\frac{۱}{۲}}{۱ + \frac{۱۲}{۴}} \cdot \cos\Big(\underbrace{\frac{\pi}{۳} + \overbrace{\tan^{-۱}(\sqrt{۳})}^{\pi/۳}}_{۲\pi/۳}\Big)$$

$$\Rightarrow = \frac{-۱}{۱۶}$$

سوال ۱۱۳)

وضعیت دنباله‌ی $a_n = \left\{ \left[\frac{(-۱)^n}{n} \right] \right\}$ کدام است ؟

$a_1 = [\frac{-1}{1}] = -1$

$a_2 = [\frac{1}{2}] = 0$

$a_3 = [\frac{-1}{3}] = -1$

$a_4 = [\frac{1}{4}] = 0$

$\vdots$

دنباله‌ی واگرا

سوال ۱۱۴)

مقدار a را بیابید که تابع مقابل در R پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} [x] + [-x] & ; \quad x \notin Z \\ a & ; \quad x \in Z \end{cases}$$

$$\lim_{x \to x_0} [x] + [-x] = -1 \Rightarrow a = -1$$

غیرصحیح　　معین

سوال ۱۱۵)

عرض از مبدأ مجانب مایل تابع مقابل را بیابید.

$$y = x\sqrt{\frac{۴x-۳}{x-۱}} = \sqrt{x^2 \cdot \frac{4x-3}{x-1}} = \sqrt{\frac{4x^3-3x^2}{x-1}} \Rightarrow$$

ابتدا خارج قسمت تقسیم و سپس هم‌ارزی رادیکالی در بی‌نهایت ...

$$\Rightarrow \simeq \sqrt{4x^2 + x + \cdots} \simeq \sqrt{4}\left|x + \frac{1}{2 \times 4}\right| \Rightarrow \begin{cases} y = 2(x + \frac{1}{8}) \Rightarrow \frac{1}{4} \\ y = -2(x + \frac{1}{8}) \Rightarrow \frac{-1}{4} \end{cases}$$

سوال ۱۱۶)

کوچک‌ترین ریشه‌ی مثبت معادله‌ی $x^۳ - ۳x + ۱ = ۰$ در کدام بازه قرار دارد ؟

$f(x) = x^3 - 3x + 1$

$f(\frac{1}{3}) > 0$

$f(\frac{2}{5}) < 0$

$\Rightarrow$ ریشه $\in (\frac{1}{3}, \frac{2}{5})$

سوال ۱۱۷)

تانژانت زاویه‌ی بین مماس‌های چپ و راست در نقطه‌ی زاویه دار تابع $y = |\ln(x)|$ کدام است ؟

$\ln(x) = 0 \Rightarrow x = 1$

نقطه‌ی زاویه دار : ریشه‌ی ساده‌ی درون قدرمطلق

$x \to 1^+ :\ y = \ln(x) \longrightarrow m_1 = y'_+(1) = \frac{1}{1 \cancel{x}} = 1$

$x \to 1^- :\ y = -\ln(x) \longrightarrow m_2 = y'_-(1) = \frac{-1}{1 \cancel{x}} = -1$

$\Rightarrow$ زاویه ۹۰ درجه $\Rightarrow \tan(\alpha) = \infty$

سوال ۱۱۸)

$$\lim_{x \to 4} \frac{\overbrace{f(x)+7}^{\text{باید صفر باشد}}}{\underbrace{x-4}_{0}} = \frac{-3}{2} \quad ; \quad y = \frac{f(2x)}{x} \quad \to \quad y'(2) = ? = \frac{4f'(4) - f(4)}{4} = \frac{4(-\frac{3}{2}) - (-7)}{4} = \frac{1}{4}$$

مشتق $\Rightarrow \frac{2f'(2x) \times x - (1) \times f(2x)}{x^2}$

رفع ابهام $\xrightarrow{HOP} \frac{f'(4)}{1} = \frac{-3}{2}$

اطلاعات $\Rightarrow \begin{cases} f(4) = -7 \\ f'(4) = \frac{-3}{2} \end{cases}$

سوال ۱۱۹)

معادله‌ی مماس بر f^{-1} در نقطه‌ی تلاقی آن با نیمساز ربع اول کدام است ؟

دامنه : $x > 0 \longleftarrow f(x) = x + \ln(x)$

با توجه به دامنه : $f'(x) = 1 + \frac{1}{x} > 0$

پس $f(x)$ صعودی اکید

در نقطه‌ی تلاقی : $f(x) = x = f^{-1}(x) \longrightarrow x + \ln(x) = x \longrightarrow \ln(x) = 0 \longrightarrow x = 1 \longrightarrow A\begin{vmatrix}1\\1\end{vmatrix}$

$m_{\text{مماس بر } f} = f'(1) = 2$

$m_{\text{مماس بر } f^{-1}} = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ معادله : $y - 1 = \frac{1}{2}(x-1)$

$\Rightarrow 2y - 2 = x - 1$

$\Rightarrow \boxed{2y - x = 1}$

سوال ۱۲۰)

عرض از مبدأ خط قائم بر منحنی $x^3 + y^3 = 3xy + 3$ در نقطه‌ی $A\begin{vmatrix}1\\2\end{vmatrix}$ کدام است ؟

$$f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy - 3 = 0 \longrightarrow y' = \frac{-f'_x}{f'_y} = \frac{-(3x^2 - 3y)}{(3y^2 - 3x)}$$

$\Rightarrow m_{\text{مماس}} = y'_A = \frac{-(3-6)}{12-3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow m_{\text{قائم}} = \frac{-1}{m_{\text{مماس}}} = -3$

معادله‌ی قائم بر منحنی : $y - 2 = -3(x-1)$

$\Rightarrow y = -3x + \underbrace{3+2}_{5}$

سوال ۱۲۱)

آهنگ تغییر حجم یک کره بر حسب زمان برابر ۳+ سانتی‌متر مکعب در هر ثانیه است. در لحظه‌ای که قطر کره برابر ۸ سانتی‌متر است. آهنگ تغییر مساحت کره را بیابید ؟

$V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 \longrightarrow \frac{dV}{dr} = 4\pi r^2$ ؛ $S(r) = 4\pi r^2 \longrightarrow \frac{dS}{dr} = 8\pi r$

$\frac{dV}{dt} = +3 \ cm^3/sec$

لحظه: $2r = 8 \Rightarrow r = 4cm$

$\frac{dS}{dt} = ? = \frac{dS}{dr} \times \frac{dr}{dV} \times \frac{dV}{dt} = 8\pi(4) \times \frac{1}{4\pi(4)^2} \times 3 = \frac{3}{2} = 1/5 \ cm^2/sec$

سوال ۱۲۲)

تابع مقابل در کدام بازه نزولی با تقعر به سمت پائین است ؟ $f(x) = cos^۲(x) - ۲\,cos(x) \quad ; \quad x \in [\,۰\,, ۲\pi]$

$f'(x) = -2\sin(x).\cos(x) + 2\sin(x) = 2\sin(x).(\underbrace{1-\cos(x)}_{\text{نامنفی}}) \Rightarrow \sin(x)$ هم‌علامت با $f'(x)$

$f''(x) = 2\cos(x).(1-\cos(x)) + 2\sin(x).(\sin(x)) = 2\cos(x) - 2\cos^2(x) + 2\sin^2(x)$

$\Rightarrow = -4\cos^2(x) + 2\cos(x) + 2 = -4(\underbrace{\cos(x)-1}_{\text{نامثبت}}).(\cos(x)+\frac{1}{2}) \Rightarrow (\cos(x)+\frac{1}{2})$ هم‌علامت با $f''(x)$

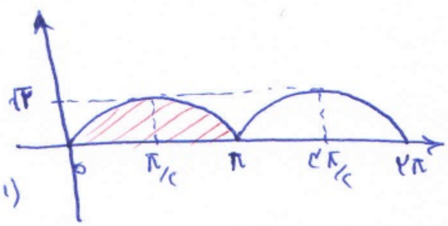
نامنفی

جواب: $\begin{cases} \sin(x) < 0 \\ \cos(x) < -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x \in (\pi, 4\pi/3)$

سوال ۱۲۳)

سطح محدود به یک طاق از نمودار تابع $y = \sqrt{۱ - \cos(۲x)}$ و محور x ها کدام است ؟

$y = \sqrt{1-\cos(2x)} = \sqrt{2\sin^2(x)} = \sqrt{2}\,|\sin(x)|$



$\Rightarrow \underset{\text{مورد نظر}}{S} = \int_0^{\pi} \sqrt{2}\sin(x).dx = -\sqrt{2}\cos(x)\Big|_0^{\pi} = -\sqrt{2}(-1-1)$

$\Rightarrow = 2\sqrt{2}$

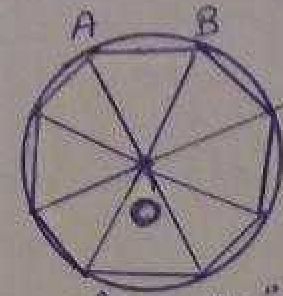
سوال ۱۲۴)

$\int_۰^۴ |۱ - \sqrt{x}| \cdot dx = ? = \underbrace{\int_0^1 (1-\sqrt{x}).dx}_{(x - \frac{2}{3}x\sqrt{x})\Big|_0^1} + \underbrace{\int_1^4 (\sqrt{x}-1).dx}_{(\frac{2}{3}x\sqrt{x} - x)\Big|_1^4} = 2$

ریشه $\boxed{x=1}$

$(1-\frac{2}{3}) = \frac{1}{3}$ $\qquad (\frac{16}{3}-4)-(\frac{2}{3}-1) = \frac{5}{3}$

۱۲۵ـ گزینه‌ی ۱



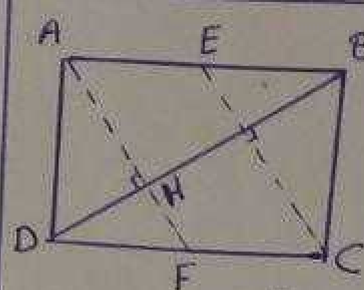
مطابق شکل، هشت‌ضلعی منتظم به هشت مثلث همنهشت و در نتیجه هم مساحت تقسیم می‌شود. داریم:

$$A\hat{O}B = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin 45^\circ = \frac{1}{2}\times 2\times 2\times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$S_{\text{هشت‌ضلعی}} = 8 S_{OAB} = 8\sqrt{2}$$

۱۲۶ـ گزینه‌ی ۱



$$\triangle ABD:\ BD^2 = AB^2 + AD^2 \Rightarrow BD^2 = 9+16 = 25 \Rightarrow BD = 5$$

$$\triangle ABD:\ AD^2 = BD.DH \Rightarrow 9 = 5DH \Rightarrow DH = \frac{9}{5} \Rightarrow BH = 5 - \frac{9}{5} = \frac{16}{5}$$

$$\triangle ABD:\ AH^2 = BH.DH = \frac{16}{5}\times\frac{9}{5} = \frac{144}{25} \Rightarrow AH = \frac{12}{5}$$

$$\left.\begin{array}{l}\hat{A}=\hat{A}\\ \hat{H}=\hat{D}\end{array}\right\} \Rightarrow \triangle AHD \sim \triangle ADF$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AD} = \frac{DH}{DF} \Rightarrow \frac{\frac{12}{5}}{3} = \frac{\frac{9}{5}}{DF}$$

$$\Rightarrow DF = \frac{9}{4} = 2.25 \Rightarrow CF = 4 - 2.25 = 1.75$$

$$S_{AECF} = AD.CF = 3\times 1.75 = 5.25$$

۱۲۷ـ گزینه‌ی ۲

شکل حاصل از دوران مستطیل، استوانه‌ای به ارتفاع ۵ و شعاع قاعده‌ی ۲ و شکل حاصل از دوران نیم‌دایره، کره‌ای به شعاع $\frac{3}{2}$ است. داریم:

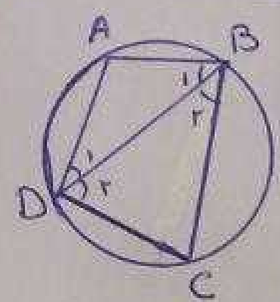
$$V_{\text{استوانه}} = \pi(2)^2\times 5 = 20\pi$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{9}{2}\pi$$

بنابراین حجم ناحیه‌ی محدود به مستطیل و نیم دایره برابر است با:

$$V = 20\pi - \frac{9}{2}\pi = \frac{31}{2}\pi = 15.5\pi$$

۱۲۸ـ گزینه‌ی ۴



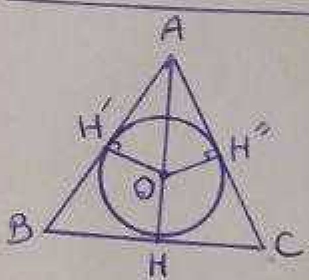
هرچه وتر بزرگ‌تر باشد به مرکز دایره نزدیک‌تر است، بنابراین AB کوچک‌ترین ضلع و BC بزرگ‌ترین ضلع چهارضلعی است.

$$\triangle ABD:\ AB < AD \Rightarrow \hat{D}_1 < \hat{B}_1$$

$$\triangle BDC:\ BC > CD \Rightarrow \hat{D}_2 > \hat{B}_2$$

با توجه به دو رابطه‌ی فوق، نمی‌توان نتیجه گرفت که $\hat{B} > \hat{D}$.

۱۲۹ـ گزینه‌ی ۲



مطابق شکل $OH = OH' = OH'' = 3$ و در نتیجه $OA = 5$ است.

$$\triangle OAH':\ AH'^2 = OA^2 - OH'^2 = 25 - 9$$

$$\Rightarrow AH'^2 = 16 \Rightarrow AH' = 4$$

حال اگر $BH = HC = x$ فرض شود، با توجه به آن که مماس‌های رسم شده از یک نقطه بر دایره، برابر یکدیگرند، داریم:

$$AH'' = AH' = 4$$

$$BH' = BH = CH = CH'' = x$$

اگر S مساحت مثلث و P نصف محیط مثلث باشد، آن‌گاه:

$$r = \frac{S}{P} \Rightarrow 3 = \frac{\frac{1}{2}\times 8\times 2x}{4+2x}$$

$$\Rightarrow 12 + 6x = 8x \Rightarrow 2x = 12$$

بنابراین طول قاعده‌ی مثلث متساوی‌الساقین ABC، برابر ۱۲ است.

۱۴۰ - گزینه‌ی ۳

تصویر دایره‌ی $C(O,R)$ که در آن $O=(1,2)$ و $R=1$ است، تحت تبدیل $T(x,y)=(3x,3y)$، دایره‌ی $C(O',R')$ است که در آن $O'=(3,6)$ و $R'=3$ می‌باشد. داریم:

$$d=OO'=\sqrt{(3-1)^2+(6-2)^2}=\sqrt{20}$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی}=\sqrt{d^2-(R-R')^2}=\sqrt{20-(3-1)^2}=\sqrt{16}=4$$

۱۴۱ - گزینه‌ی ۲

اگر خطی با صفحه‌ی مفروض موازی باشد، آن‌گاه آن خط لااقل با یک خط از آن صفحه موازی است، بنابراین عکس قضیه‌ی مطرح شده در گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۱۴۲ - گزینه‌ی ۳

اگر وسط‌های اضلاع مثلث ABC را نقاط M، N و P بنامیم، آن‌گاه هر صفحه‌ای که از دو نقطه از این سه نقطه عبور کند، از رئوس مثلث ABC به یک فاصله است. حال کافی است از نقطه‌ای روی پاره‌خط MN، خطی موازی با خط Δ رسم کنیم. صفحه‌ی گذرنده بر MN و خط موازی با Δ، از سه نقطه‌ی A، B و C به یک فاصله بوده و قطعاً با خط Δ موازی است. به‌طور مشابه برای هرکدام از دو پاره‌خط MP و NP نیز می‌توان چنین صفحه‌ای پیدا کرد.

۱۴۳ - گزینه‌ی ۲

اگر زوایای بردار با محورهای x، y و z را به ترتیب α، β و γ بنامیم آن‌گاه داریم:

$$\cos\alpha=\cos\beta=\frac{1}{2}$$

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1\Rightarrow\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\cos^2\gamma=1$$

$$\Rightarrow\cos^2\gamma=\frac{1}{2}\xRightarrow{\gamma\ \text{حاده}}\cos\gamma=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

بنابراین بردار مورد نظر به صورت $b=(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$ در نظر گرفته می‌شود. داریم:

$$a'=\frac{a.b}{|b|^2}b$$

$$=\frac{\frac{7}{2}+\frac{3}{2}-\frac{2}{2}}{1}(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$$

$$=4(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\sqrt{2})=(2,2,2\sqrt{2})$$

۱۴۴ - گزینه‌ی ۳

فصل مشترک دو صفحه به صورت $\begin{cases}2x-y=4\\ z=0\end{cases}$ و یا $\begin{cases}x=\frac{y+4}{2}\\ z=0\end{cases}$ خواهد بود. با انتخاب نقطه‌ی $A_0(0,-4,0)$ بر روی این خط (فصل مشترک) داریم:

$$A(1,3,2),\ A_0(0,-4,0)\Rightarrow\overrightarrow{A_0A}\ (1,7,2)$$

بردار هادی خط به صورت $u=(1,2,0)$ است.

$$\overrightarrow{A_0A}\ (1,7,2),\ u\ (1,2,0)\Rightarrow\overrightarrow{A_0A}\times u=(-4,2,-5)$$

$$\text{فاصله‌ی نقطه از خط}=D=\frac{|\overrightarrow{A_0A}\times u|}{|u|}=\frac{\sqrt{16+4+25}}{\sqrt{1+4+0}}$$

$$=\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=3$$

۱۳۵- گزینه ۲

با توجه به آن که خط به معادله‌ی $3x+2y=a$ بر خط مماس بر دایره عمود است، پس این خط قائم بر دایره بوده و در نتیجه از مرکز دایره عبور می‌کند.

$$x^2+y^2-2x+y=1 \xrightarrow{\text{مرکز}} O(1,-\tfrac{1}{2})$$

$$3(1)+2(-\tfrac{1}{2})=a \Rightarrow a=2$$

۱۳۶- گزینه ۳

$$\tan 2\theta = \frac{b}{a-c} = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow 2\theta = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

بنابراین داریم:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2}x' - \frac{1}{2}y' \\ y = \frac{1}{2}x' + \frac{\sqrt{3}}{2}y' \end{cases}$$

$$x^2+\sqrt{3}\,xy = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x'-\frac{1}{2}y'\right)^2+\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x'-\frac{1}{2}y'\right)\left(\frac{1}{2}x'+\frac{\sqrt{3}}{2}y'\right)=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}x'^2+\frac{1}{4}y'^2-\frac{\sqrt{3}}{2}x'y'+\frac{3}{4}x'^2-\frac{3}{4}y'^2+\frac{\sqrt{3}}{2}x'y'=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}x'^2-\frac{1}{2}y'^2=\frac{3}{2} \Rightarrow x'^2-\frac{y'^2}{3}=1$$

$$c^2=1+3=4 \Rightarrow c=2$$

بنابراین فاصله‌ی کانون تا مرکز در این هذلولی برابر $c=2$ است.

۱۳۷- گزینه ۳

$$\text{قسمت متقارن} = \frac{1}{2}(A+A^t) = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

با استفاده از قاعده‌ی ساروس برای دترمینان این ماتریس داریم:

$$\text{دترمینان} = (105+0+0)-(0+63+20)=22$$

۱۳۸- گزینه ۱

با افزوده شدن یک واحد به هر کدام از درایه‌های ستون دوم ماتریس A، به دترمینان ماتریس به اندازه‌ی مجموع همسازه‌های درایه‌های ستون دوم اضافه می‌شود. داریم:

$$A_{12}=(-1)^3\begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}=-9$$

$$A_{22}=(-1)^4\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}=0$$

$$A_{32}=(-1)^5\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}=6$$

$$A_{12}+A_{22}+A_{32}=-9+0+6=-3$$

۱۳۹- گزینه ۲

$$\begin{bmatrix} \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \\ -\sin 15^\circ & \cos 15^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-15^\circ) & -\sin(-15^\circ) \\ \sin(-15^\circ) & \cos(-15^\circ) \end{bmatrix}$$

$$= R_{(-15^\circ)}$$

$$R^{12}_{(-15^\circ)} = R_{12\times(-15^\circ)} = R_{-180^\circ} = R_{180^\circ} = I$$

۱۴۰- گزینه ۱

$$\begin{cases} x+3y-z=7 \\ 2x-2y+3z=3 \\ 5x+4y+z=9 \end{cases}$$

با حذف کردن مؤلفه z، یکبار بین معادلات اول و دوم و بار دیگر بین معادلات دوم و سوم داریم:

ادامه پاسخ ۱۴۰

$$\begin{cases} 6x + 7y = 16 \\ 6x + 7y = 24 \end{cases}$$

به وضوح این معادلات مربوط به دو خط موازی و غیر منطبق است، پس فصل مشترک های دو به دوی این صفحات، موازی هستند.

۱۴۱ - گزینه ی ۴

با توجه به آن که تعداد داده ها برابر ۱۳ است، پس داده ی هفتم میانه بوده و در نتیجه چارک اول بین داده های سوم و چهارم و چارک سوم بین داده های دهم و یازدهم قرار می گیرد، یعنی نمودار جعبه ای شامل داده های چهارم تا دهم است:

$$29, 31, 33, 34, 35, 36, 40$$

$$\bar{x} = \frac{29 + 31 + 33 + 34 + 35 + 36 + 40}{7} = 34$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{76}{7} = 10.85$$

۱۴۲ - گزینه ی ۲

اگر داده های جامعه ی اول را با x_i ها و داده های جامعه ی دوم را با y_i ها نمایش دهیم، آن گاه داریم:

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n_1} \Rightarrow 12.6 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{12}$$

$$\Rightarrow \sum (x_i - \bar{x})^2 = 151.2$$

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n_2} \Rightarrow 7.2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{24}$$

$$\Rightarrow \sum (y_i - \bar{y})^2 = 172.8$$

با توجه به آن که $\bar{x} = \bar{y}$، پس واریانس کل داده ها برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 + \sum (y_i - \bar{y})^2}{n_1 + n_2} = \frac{324}{36} = 9$$

و در نتیجه انحراف معیار داده ها برابر ۳ $\sigma = 3$ است.

۱۴۳ - گزینه ی ۴

دنباله به صورت زیر است:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots$$

بنابراین داریم:

$$U_2^2 - U_1 \times U_3 = 1^2 - 1 \times 2 = -1$$

$$U_3^2 - U_2 \times U_4 = 2^2 - 1 \times 3 = 1$$

$$U_4^2 - U_3 \times U_5 = 3^2 - 2 \times 5 = -1$$

$$U_5^2 - U_4 \times U_6 = 5^2 - 3 \times 8 = 1$$

بنابراین حاصل $U_n^2 - U_{n-1} \times U_{n+1}$ به صورت $(-1)^{n+1}$ است.

۱۴۴ - گزینه ی ۲

اگر ۳ مهره ی سفید، ۲ مهره ی سیاه و یک مهره ی سبز خارج کرده باشیم، شرط مورد نظر در سوال برآورده نشده است اما با انتخاب مهره ی هفتم یکی از سه وضعیت (حداقل ۴ مهره ی سفید یا حداقل ۳ مهره ی سیاه یا حداقل ۲ مهره ی سبز) به وقوع پیوسته است.

۱۴۵ - گزینه ی ۳

$$A_1 = \{0, 1\}$$

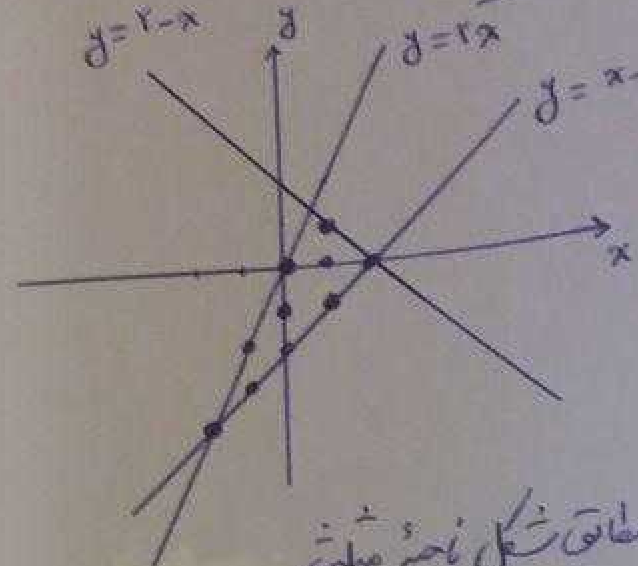
$$A_4 = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$A_8 = \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$(A_8 - A_4) \cup A_1 = \{-7, -6, -5, -4, 4\} \cup \{0, 1\}$$

$$= \{-7, -6, -5, -4, 0, 1, 4\}$$

۱۴۶ـ گزینهٔ ۳



مطابق شکل ناحیهٔ مثلثی بین سه خط جواب مسأله است که شامل این ۱۰ نقطه است:

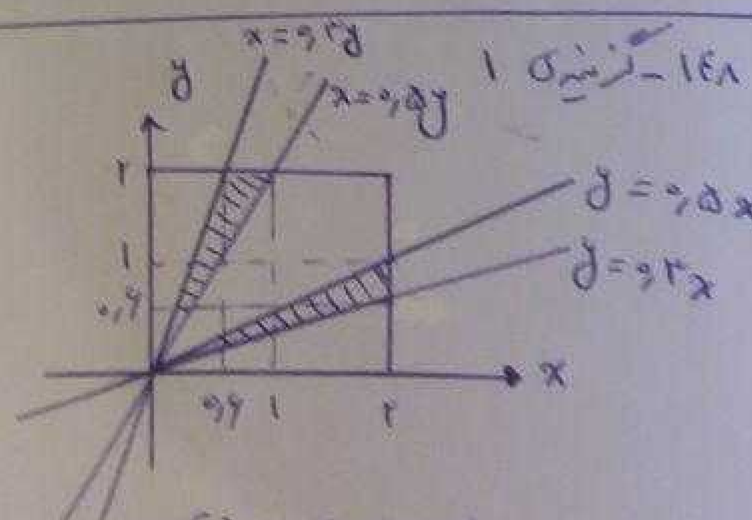
$(0,0),(1,0),(2,0),(1,1),(0,-1),(1,-1),$
$(0,-2),(-1,-2),(-1,-3),(-2,-4)$

۱۴۷ـ گزینهٔ ۱

اگر پیشامد رو شدن دو سکه را با A و پیشامد رو شدن ۶ برای تاس را با B نمایش دهیم، داریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{24}=\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$$

۱۴۸ـ گزینهٔ ۱



$$a(S)=2\times 2=4$$

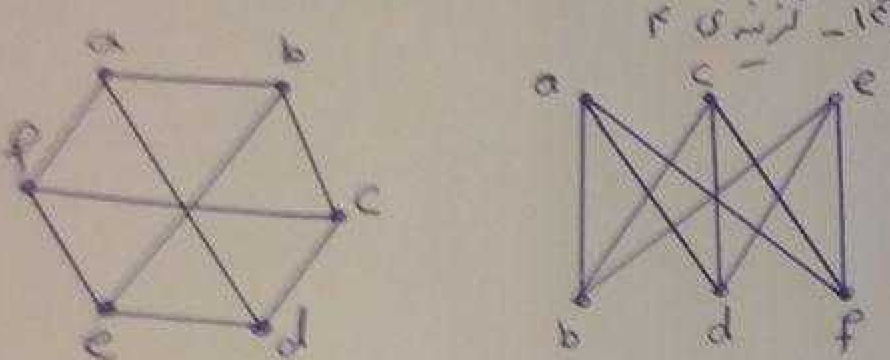
مساحت هر یک از دو ناحیهٔ هاشور خورده برابر است با:

$$\frac{1}{2}\times 2\times 1-\frac{1}{2}\times 2\times 0.6=0.4$$

پس مساحت پیشامد مورد نظر یعنی $a(A)$ برابر $0.4+0.4=0.8$ است و داریم:

$$P(A)=\frac{a(A)}{a(S)}=\frac{0.8}{4}=0.2$$

۱۴۹ـ گزینهٔ ۴



دو گراف فوق یکریخت هستند، پس کافی است تعداد دورهای به طول ۴ را در گراف سمت راست محاسبه کنیم.
هر دور به طول ۴ در این گراف، شامل ۲ رأس از بالا و ۲ رأس از پایین است، پس داریم:

$$\text{تعداد دورهای به طول ۴}=\binom{3}{2}\times\binom{3}{2}=3\times 3=9$$

۱۵۰ـ گزینهٔ ۳

اگر تعداد رأس های درجه یک را x فرض کنیم، آنگاه داریم:

$$q=p-1=6+x-1=5+x$$
$$\sum \deg v_i=2q\Rightarrow 21+x=2(5+x)$$
$$\Rightarrow 21+x=10+2x\Rightarrow x=11$$

۱۵۱ـ گزینهٔ ۴

$$(abc)_9=(cba)_5$$
$$\Rightarrow c+9b+81a=a+25b+125c$$
$$\Rightarrow 80a-16b=124c\xRightarrow{\div 4}20a-4b=31c$$
$$\Rightarrow 4(5a-b)=31c$$

تنها در این حالت $c=4$ است و در نتیجه $5a-b=31$ خواهد بود. یعنی $a=7$ و $b=4$ است ولی چون در مبنای ۵ رقم ۷ وجود ندارد، این حالت شدنی نیست.

۱۵۲- گزینه‌ی ۲

$$48p+1=n^2 \Rightarrow 48p=n^2-1$$

$$\Rightarrow 48p=(n-1)(n+1)$$

تنها حالت‌های ممکن عبارتند از:

$$\begin{cases} n+1=2p \Rightarrow 26=2p \Rightarrow \boxed{p=13} \\ n-1=24 \Rightarrow n=25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n+1=24 \Rightarrow n=23 \\ n-1=2p \Rightarrow 22=2p \Rightarrow \boxed{p=11} \end{cases}$$

۱۵۳- گزینه‌ی ۴

$$5^3=125\overset{31}{\equiv}1 \Rightarrow 5^{3n}\overset{31}{\equiv}1 \Rightarrow 5^{6n}\overset{31}{\equiv}1$$

$$5^{3n+2}\overset{31}{\equiv}5^{3n}\times5^2\overset{31}{\equiv}1\times25\overset{31}{\equiv}-6$$

$$5^{6n+4}\overset{31}{\equiv}5^{6n}\times(5^2)^2\overset{31}{\equiv}1\times(-6)^2\overset{31}{\equiv}36$$

$$\overset{31}{\equiv}5$$

$$5^{6n+4}+5^{3n+2}+1\overset{31}{\equiv}5-6+1\overset{31}{\equiv}0$$

بنابراین عبارت موردنظر به ازای تمامی مقادیر n بر ۳۱ بخش‌پذیر است.

۱۵۴- گزینه‌ی ۱

تعداد حالت‌هایی که ۶ توپ (یکسان) در ۳ جعبه‌ی متمایز قرار می‌گیرند، برابر تعداد جواب‌های معادله‌ی $x_1+x_2+x_3=6$ یعنی $\binom{8}{2}=28$ است.

تعداد حالت‌هایی که هیچ جعبه‌ای بدون توپ نماند برابر تعداد جواب‌های معادله‌ی $y_1+y_2+y_3=3$ یعنی $\binom{5}{2}=10$ است.

بنابراین احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{10}{28}=\frac{5}{14}$$

تذکر: در مرحله‌ی دوم به جای هر یک از xها، $y+1$ قرار داده شده است.

۱۵۵- گزینه‌ی ۳

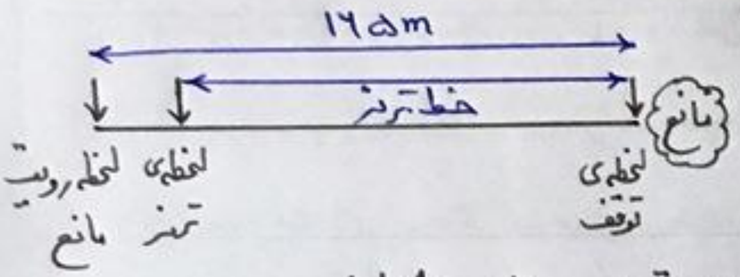
$$P(\{b,c\})=P(\{a,b,c\})-P(a)$$
$$=\frac{2}{3}-\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$$

$$P(\{b,c,e\}|\{a,b,c\})$$
$$=\frac{P(\{b,c,e\}\cap\{a,b,c\})}{P(\{a,b,c\})}$$
$$=\frac{P(\{b,c\})}{P(\{a,b,c\})}=\frac{\frac{5}{12}}{\frac{2}{3}}=\frac{5}{8}$$

پاسخ تشریحی فیزیک کنکور ریاضی ۹۶

هومن میرعابدینی

سوال ۱۵۶ - گزینه ۴ - متوسط



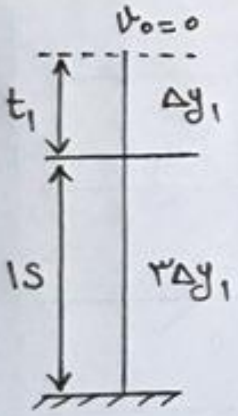
طول خط ترمز $= \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-900}{-6} = 150\,m$

(۱۰۸ کیلومتر بر ساعت معادل ۳۰ m/s است: $\frac{108}{3.6} = 30$)

مسافتی که اتومبیل از لحظه رویت مانع تا لحظه ترمز، $165 - 150 = 15\,m \rightarrow$ جابه‌جا شده است. در این فاصله، با همان سرعت ۳۰ m/s حرکت کرده پس:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x = v\,\Delta t \xrightarrow{\Delta t = t_1} 15 = 30\,t_1 \rightarrow t_1 = \frac{1}{2}\,s \\ \text{پس از ترمز داریم} \rightarrow v = at + v_0 \rightarrow 0 = -3t + 30 \xrightarrow{t = t_2} t_2 = 10\,s \end{array}\right\} \rightarrow \frac{t_2}{t_1} = 20$$

سوال ۱۵۷ - گزینه ۱ - متوسط



روش اول: با در نظر گرفتن شکل روبه‌رو و اطلاعات مسئله داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta y_{کل} = -\frac{1}{2}g(t_1+1)^2 + \cancel{v_0(t_1+1)} \\ \Delta y_1 = -\frac{1}{2}g\,t_1^2 + \cancel{v_0 t_1} \end{array}\right\} \xrightarrow{\Delta y_{کل} - \Delta y_1 = 3\Delta y_1}$$

$$-5(t_1^2 + 2t_1 + 1) - (-5t_1^2) = 3(-5t_1^2) \longrightarrow 15t_1^2 - 10t_1 - 5 = 0$$

$$\rightarrow 3t_1^2 - 2t_1 - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 4 + 12 = 16 \rightarrow t_1 = \frac{2 \pm 4}{6} \begin{cases} 1\,s \checkmark \\ -\frac{1}{3}\,s \times \end{cases}$$

در نتیجه زمان کل حرکت ۲s و $h = |\Delta y_{کل}| = -5t^2 = 20$ متر است.

پاسخ تشریحی فیزیک کنکور ریاضی ۹۶ — هومن میرعابدینی

سؤال ۱۵۷، روش دوم: با در نظر گرفتن دنباله جابه‌جایی‌ها در حرکت سقوط آزاد با سرعت اولیه صفر که به صورت ... و ۳۵ و ۲۵ و ۱۵ و ۵ می‌باشد (این اعداد اندازه‌ی جابه‌جایی در هر ثانیه می‌باشند.) مشخص است که جمله دوم، ۳ برابر جمله اول بوده و زمان حرکت 2s می‌باشد. (دو جمله داریم.) و جابه‌جایی کل (یا همان h)، 5+15 برابر با ۲۰ متر است.

سؤال ۱۵۸- گزینه ۲- متوسط

مشتق نسبت به t: $\frac{dy}{dt} = \frac{-2}{5}x\frac{dx}{dt} + 3\frac{dx}{dt} \rightarrow v_y = (\frac{-10}{5}\times 5) + (3\times 5)$

$\rightarrow v_y = 5\ m/s \rightarrow v_{کل} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 5\sqrt{2}\ m/s$

سؤال ۱۵۹- گزینه ۲- ساده

معادله مسیر $\hookrightarrow \Delta y = \frac{-g(\Delta x)^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} + (\Delta x)\tan\alpha$

$\rightarrow -40 = \frac{-10\times(120)^2}{2v_0^2\times\frac{2}{4}} + 120\times(1) \rightarrow \frac{\cancel{10}\times 120^2}{v_0^2} = \cancel{160}\,16 \xrightarrow{\text{جذر}} v_0 = 30\, m/s$

سؤال ۱۶۰- گزینه ۳- متوسط

$\overrightarrow{\Delta P} = m\overrightarrow{\Delta v} = m(\Delta v_x \vec{i} + \Delta v_y \vec{j})$

در حرکت پرتابی، v_x ثابت است پس $\Delta v_x = 0$ می‌باشد. بنابراین کافی است

پاسخ تشریحی فیزیک کنکور ریاضی ۹۶ — هومن میرعابدینی

Δv_y را حساب کنیم:

$v_{0y} = v_0 \sin\alpha = ۳۰ \sin ۳۷ = ۱۸ \ m/s$

$v_y^2 - v_{0y}^2 = -2g\Delta y \rightarrow v_y^2 = \underbrace{۱۸^2}_{v_{0y}^2} - ۲\times۱۰\times\underbrace{(-۳۵)}_{\text{پایین آمدن}} \rightarrow v_y^2 = ۱۰۲۴$

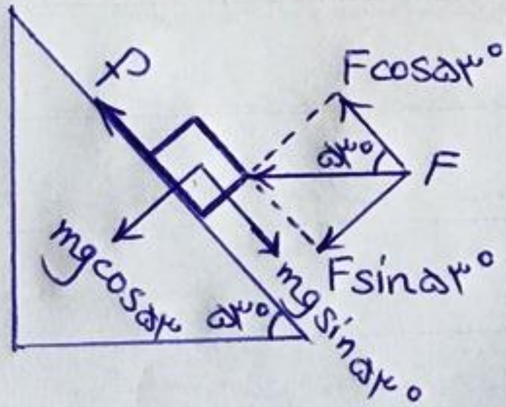
$\rightarrow v_y = \underbrace{-}_{\text{}}۳۲ \ m/s$

در لحظه برخورد به زمین، سرعت رو به پایین داریم.

$\rightarrow \Delta v_y = -۵۰ \ m/s \rightarrow$

$\Delta \vec{P} = \frac{۲۰۰}{۱۰۰۰}(0\vec{i} - ۵۰\vec{j}) = -۱۰\vec{j}$

سؤال ۱۶۱ - گزینه ۱ - دشوار



چون حداقل نیروی F خواسته شده است، جسم در آستانه حرکت به پایین در نظر گرفته می‌شود:

$\Sigma F = 0 \rightarrow mg\sin ۵۳ - F\cos ۵۳ - f = 0$

$\rightarrow ۰/۸ mg - ۰/۶ F - \mu(mg\cos ۵۳ + F\sin ۵۳) = 0$

$\rightarrow ۰/۸ mg - ۰/۶ F - ۰/۶ mg - ۰/۸ F = 0 \rightarrow ۰/۲ mg = ۱/۴ F \rightarrow F = \frac{mg}{۷}$

سؤال ۱۶۲ - گزینه ۳ - ساده

$g_{\text{سیاره}} = G\frac{M}{R^2} = G\frac{\frac{1}{4}M_e}{(\frac{1}{2}R_e)^2} = G\frac{M_e}{R_e^2} = g_e \rightarrow \frac{g_{\text{سیاره}}}{g_e} = 1$

پاسخ تشریحی فیزیک کنکور ریاضی ۹۶

هومن میرعابدینی

سؤال ۱۶۳ـ گزینه ۴ ـ دشوار

شتاب حرکت وزنه متصل به قرقره متحرک، نصف شتاب حرکت وزنه متصل به قرقره ثابت است. در عین حال به M یک نخ با کشش T وصل شده است و به m دو نخ با کشش T وصل شده است.

$$\Sigma F=ma \rightarrow (Mg-T=Ma)\times 2$$

$$\rightarrow 2T-mg=m\frac{a}{2}$$

$$\xrightarrow[\text{معادلات}]{\text{جمع}} 2Mg-mg=2Ma+m\frac{a}{2}$$

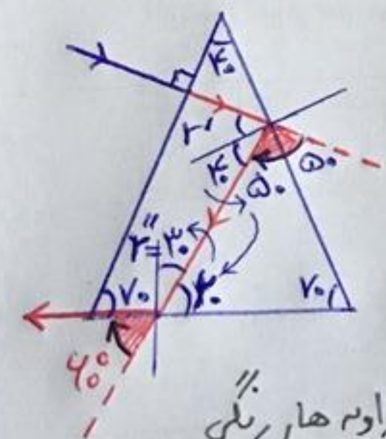
$$\rightarrow 4000-2400=400a+240\frac{a}{2} \rightarrow 1600=520a \rightarrow a\simeq 3\,m/s^2$$

توجه: چون قرقره متحرک داریم، M برای حرکت دادن m، حداقل نصف جرم آن باید باشد که هست، بنابراین M به پایین و m به بالا می‌رود.

سؤال ۱۶۴ـ گزینه ۳ ـ ساده

$$\overset{2}{\cancel{m}}v=6 \rightarrow v=3\,m/s \rightarrow K=\frac{1}{2}mv^2=9\,J$$

سؤال ۱۶۵ـ گزینه ۴ ـ متوسط



$$i=0 \rightarrow r=0 \rightarrow r'=40^\circ$$

$$\sin C=\frac{1}{n}=\frac{1}{2} \rightarrow C=30^\circ$$ زاویه حد منشور

چون $r'>C$ است، بازتابش کلی رخ می‌دهد. با توجه به شکل $r''=30^\circ$ شده پس نور خروجی مماس بر وجه منشور خارج می‌شود. زاویه‌های رنگی میزان انحراف پرتو نور را نشان می‌دهند: $50+50+60=160^\circ$

پاسخ تشریحی فیزیک کنکور ریاضی ۹۶

هومن میرعابدینی

سؤال ۱۶۶ - گزینه ۲ - ساده

$$v_{\text{تصویر}} = 2v_{\text{آینه}} + v_{\text{جسم}} = 60\ cm/s$$

چون شخص و آینه مختلف‌الجهت جابه‌جا می‌شوند.

سؤال ۱۶۷ - گزینه ۲ - متوسط

چون جابه‌جایی تصویر حداکثر ۴۰ cm است، پس آینه محدب است. (تصویر فقط در فاصله کانونی جابه‌جا می‌شود.) بنابراین $f=-40\ cm$ است.

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{120}+\frac{1}{q}=\frac{1}{-40} \rightarrow \frac{1}{q}=\frac{-3-1}{120} \rightarrow q=-30\ cm$$

$$\rightarrow \text{فاصله جسم و تصویر مجازی} = 120+30=150\ cm$$

سؤال ۱۶۸ - گزینه ۴ - متوسط

$$(\text{عدسی} \xrightarrow{\text{هم‌سمت}} \text{تصویر}) \Rightarrow (\text{عدسی واگرا} \xrightarrow{\text{هم‌سمت}} \text{جسم})$$

فرض می‌کنیم جسم از $2f$ به $1{,}5f$ و سپس به f برسد. چون سرعت جسم ثابت است، زمانِ $2f$ به $1{,}5f$ با زمانِ رسیدن از $1{,}5f$ به f برابر است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{1}{2f}+\frac{1}{q}=\frac{1}{-f} \rightarrow \frac{1}{q}=-\frac{3}{2f} \rightarrow q=-\frac{2}{3}f$$

$$\frac{1}{\frac{3}{2}f}+\frac{1}{q'}=\frac{1}{-f} \rightarrow \frac{1}{q'}=-\frac{5}{3f} \rightarrow q'=-\frac{3}{5}f$$

$$\frac{1}{f}+\frac{1}{q''}=\frac{1}{-f} \rightarrow \frac{1}{q''}=-\frac{2}{f} \rightarrow q''=-\frac{1}{2}f$$

$$\Delta q_1=\frac{1}{15}f \qquad \Delta q_2=\frac{1}{10}f$$

$\Delta q_2 > \Delta q_1$ است و زمانِ هر دو یکسان است، پس حرکت تندشونده است.

پاسخ تشریحی فیزیک کنکور ریاضی ۹۶

هومن میرعابدینی

سؤال ۱۶۹ - گزینه ۳ - ساده

$$m = \rho V = \rho \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \cancel{4}^{2} \times \cancel{\frac{4}{3}} \times 3{,}14 \times \cancel{5^3}^{125}$$

$$\rightarrow m = 2 \times 500 \times 3{,}14 = 3140\,g = 3{,}14\,Kg$$

سؤال ۱۷۰ - گزینه ۱ - متوسط

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{\cancel{V_1(3\alpha)}\Delta\theta_A}{\cancel{V_1(3\alpha)}\Delta\theta_B} = \frac{\frac{Q}{m_A c}}{\frac{Q}{m_B c}}$$

$$\rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{m_B}{m_A} = \frac{\cancel{\rho} V_B}{\cancel{\rho} V_A} = \frac{\frac{4}{3}\pi(20^3 - 10^3)}{\frac{4}{3}\pi(20^3)} = \frac{7000}{8000} = \frac{7}{8}$$

سؤال ۱۷۱ - گزینه ۲ - ساده

$$(mL_F)_{\text{یخ}} = (mc\Delta\theta)_{\text{فلز}}$$

$$\rightarrow 20 \times 336000 = m \times \cancel{400 \times 250}^{100000} \rightarrow m = 2 \times 336 = 672\,g$$

سؤال ۱۷۲ - گزینه ۱ - دشوار

$$\frac{P_2V_2}{T_2} = \frac{P_1V_1}{T_1} \xrightarrow[V_2=V_1 \text{ :است}]{\text{پیستون ثابت}} \frac{P_2}{360} = \frac{P_1}{300}$$

$$\rightarrow P_2 = 1{,}2\,P_1 \qquad P_1 = \left(\frac{mg}{A}\right)_{\text{وزنه و پیستون}} + 10^5 = 2\times 10^5$$

$$P_2 = 2{,}4 \times 10^5$$

$$P_2 = \cancel{\left(\frac{mg}{A}\right)_{\text{وزنه قبلی و پیستون}}}^{10^5} + \left(\frac{mg}{A}\right)_{\text{وزنه جدید}} + 10^5$$

$$\rightarrow 0{,}4 \times \cancel{10^5} = \frac{m \times \cancel{10}}{5 \times \cancel{10^{-4}}}$$

$$\rightarrow m = 2\,Kg$$

پاسخ تشریحی فیزیک کنکور ریاضی ۹۶

هومن میرعابدینی

سؤال ۱۷۳ - گزینه ۱ - متوسط

جیوه ۱ cm در ستون راست پایین می‌آید و ۱ cm در ستون چپ بالا می‌رود تا اختلاف ارتفاع به ۲ cm برسد.

$$P_{1gas} = P_{1\text{هوا}} = 78 \text{ cmHg}$$

$$P_{2gas} = P_{1\text{هوا}} + 2\text{cmHg} = 80 \text{ cmHg}$$

سطح مقطع لوله

$$\frac{P_2V_2}{T_2} = \frac{P_1V_1}{T_1} \rightarrow \frac{80 \times \overbrace{(6\text{cm} \times A)}^{V_2}}{T_2} = \frac{78 \times (5\text{cm} \times A)}{312}$$

$$\rightarrow T_2 = \frac{\cancel{312}^{24} \times 80 \times \cancel{6}}{5 \times \cancel{78}_{\cancel{13}_{1}}} = 24 \times 16 = 384 \text{ K} \rightarrow \Delta T = 72 \text{ K} = 72^\circ C$$

سؤال ۱۷۴ - گزینه ۴ - ساده

$$n_{\text{کل}} = n_{H_2} + n_{N_2}$$

$$\rightarrow \frac{P_{\text{کل}}V_{\text{کل}}}{RT_{\text{کل}}} = \left(\frac{PV}{RT}\right)_{H_2} + \left(\frac{PV}{RT}\right)_{N_2} \xrightarrow[T=\text{ثابت}]{V=\text{ثابت}} P_{\text{کل}} = P_{H_2} + P_{N_2}$$

$$P_{H_2} = \frac{nRT}{V} = \frac{\frac{m}{M} \times 8 \times 300}{14 \times 10^{-3}} = \frac{36}{V} \times 10^5 \text{ Pa} \longrightarrow P_{\text{کل}} = 12 \times 10^5 \text{ Pa}$$

12 atm

$$P_{N_2} = \frac{\frac{m}{M} \times 8 \times 300}{14 \times 10^{-3}} = \frac{48}{V} \times 10^5 \text{ Pa}$$

سؤال ۱۷۵ - گزینه ۲ - ساده

در هم فشار: $W = -nR\Delta T$

$$\rightarrow W = -\frac{10}{2} \times 8 \times 100 = -4000 \text{ J} \rightarrow W_{\text{گاز}} = +4000\text{J} = 4\text{KJ}$$

پاسخ تشریحی فیزیک کنکور ریاضی ۹۶ هومن میرعابدینی

سؤال ۱۷۶- گزینه ۳ - متوسط

$$Q_{\text{هم‌فشار}} = \frac{5}{2}(P\cancel{\Delta V}^{3V_1}) \rightarrow 1500 = \frac{15}{2}P_1V_1 \rightarrow P_1V_1 = 200$$

$$\Delta U_{ca} + \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} = 0 \rightarrow \Delta U_{ca} = -\Delta U_{ab} - \Delta U_{bc}$$

$$\Delta U_{ab} = Q_{ab} + W_{ab} = 1500 - P_1\cancel{\Delta V}^{3V_1} = 1500 - 3\cancel{P_1V_1}^{200} = 900\,J$$

$$\Delta U_{bc} = Q_{bc} + \cancel{W_{bc}}^{0} = \frac{3}{2}(4V_1)(\cancel{\Delta P}^{P_1}) = 6P_1V_1 = 1200\,J$$

$$\rightarrow \Delta U_{ca} = -900 - 1200 = -2100\,J$$

سؤال ۱۷۷- گزینه ۱- ساده

$$\Delta U = -W_{\text{میدان}} = -5\times10^{-5}\,J$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-5\times10^{-5}}{2\times10^{-6}} = -25\,V$$

سؤال ۱۷۸- گزینه ۲ - متوسط

چون q_2 و q_4 ناهمنامند، نیروی بین آن‌ها جاذبه است و با توجه به شکل، نیروی بین q_1 و q_2 و همچنین q_3 و q_2 باید دافعه باشد تا برآیند $=0$ ممکن گردد. پس Q و q هم‌نامند.

$$F_{42} = K\frac{\frac{Q}{2}\times Q}{(\sqrt{2}a)^2}$$ اندازهٔ ضلع مربع

$$F_{12} = F_{32} = K\frac{qQ}{a^2} \rightarrow F_{12,32} = \sqrt{2}K\frac{qQ}{a^2}$$

$$\xrightarrow{\Sigma F=0} K\frac{Q^2}{4a^2} = \sqrt{2}K\frac{qQ}{a^2} \rightarrow Q = 4\sqrt{2}q$$

پاسخ تشریحی فیزیک کنکور ریاضی ۹۶

هومن میرعابدینی

سؤال ۱۷۹ـ گزینه ۳ـ ساده

$C_{1,2,3} = 8\,pF = C'$ (موازی)

$C_{4,C'} = \frac{8}{2} = 4\,pF$ (متوالی)

$C_{5,6,7} = 4\,pF = C''$ (موازی)

$C_{8,C''} = \frac{4}{2} = 2\,pF$ متوالی

$C_T = 4+2 = 6\,pF$ (موازی)

سؤال ۱۸۰ـ گزینه ۴ـ متوسط

شکل (۱): $\left(V_1 = \frac{2q}{2C}\right) = \left(V_2 = \frac{q}{C}\right)$

با بستن کلید، اتفاقی نمی‌افتد چون $V_1 = V_2$ است

با بستن کلید، دو خازن حالت شبه موازی پیدا می‌کنند:

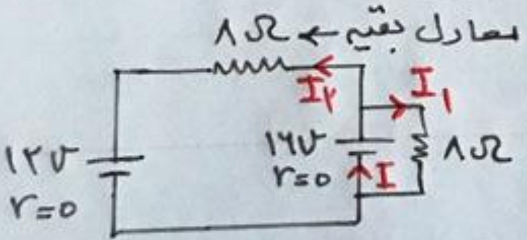
شکل (۲): $V_3 = \frac{q}{2C}$ و $V_4 = \frac{q}{C}$ $\longrightarrow$

$V_{\text{مشترک}} = \frac{q+q}{2C+C} = \frac{2}{3}\frac{q}{C}$

$q'_3 = 2C \times \frac{2}{3}\frac{q}{C} = \frac{4}{3}q \to q'_3 > q_3$

$q'_4 = C \times \frac{2}{3}\frac{q}{C} = \frac{2}{3}q \to q'_4 < q_4$

سؤال ۱۸۱ـ گزینه ۴ـ دشوار



حلقه کوچک: $16 - 8I_1 = 0 \to I_1 = 2A$

حلقه بزرگ: $16 - 8I_2 - 12 = 0 \to I_2 = 0.5A$

طبق شکل: $I = I_1 + I_2 = 2.5\,A$

پاسخ تشریحی فیزیک کنکور ریاضی ۹۶ — هومن میرعابدینی

سؤال ۱۸۲- گزینه ۱- متوسط

$$R=\rho\frac{l}{A}\rightarrow \rho_{Cu}\frac{\cancel{l}}{A_{Cu}}=\rho_{AL}\frac{\cancel{l}}{A_{AL}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}\rho_{AL}\times A_{AL}=\rho_{AL}\times A_{Cu}\rightarrow A_{AL}=2A_{Cu}$$

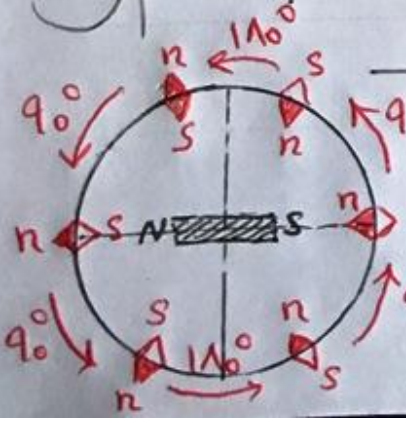
$$\frac{m_{AL}}{m_{Cu}}=\frac{(\rho V)_{AL}}{(\rho V)_{Cu}}=\frac{2{,}7\times(AL)_{AL}}{9\times(AL)_{Cu}}=\frac{3}{10}\times\frac{2A_{Cu}}{A_{Cu}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

سؤال ۱۸۳- گزینه ۳- دشوار

حرکت لغزنده به راست $\rightarrow R_T\uparrow\rightarrow I_{\text{شاخه اصلی}}\downarrow\rightarrow$

$$\left.\begin{array}{l}\rightarrow I_{R_2}\downarrow\rightarrow V_{R_2}\downarrow\\ \rightarrow (Ir)\downarrow\rightarrow V_{\text{خروجی مولد}}\uparrow\end{array}\right\}\rightarrow (V_{R_1\text{ و شاخه بالایی}})\uparrow\rightarrow I_{R_1}\uparrow\rightarrow P_{R_1}\uparrow$$

می‌دانیم بیشینه‌ی توان خروجی مولد وقتی رخ می‌دهد که $r=R_T$ باشد یعنی $R_T=2$ باشد. هرچه R_T از ۲ دورتر باشد، توان خروجی مولد کمتر است و چون در حالت دوم $R_T\uparrow$ زیاد شده است و از ابتدا نیز به خاطر $R_2=6\Omega$ از r بیشتر بوده است، در حالت دوم فاصله‌اش از r بیشتر شده و توان خروجی مولد کم می‌شود.



سؤال ۱۸۴- گزینه ۴- ساده

به شکل توجه کنید.

پاسخ تشریحی فیزیک کنکور ریاضی ۹۶

هومن میرعابدینی

سؤال ۱۸۵ - گزینه ۱ - متوسط

$$L = 2\pi R \times N \rightarrow N = \frac{1m}{2\pi R}$$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{2R} \rightarrow 2/5 \times 10^{-3} = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\frac{1m}{2\pi R} \times 10}{2R}$$

$$\rightarrow 2/5 \times 10^{1} = 4\pi \times \frac{1}{4\pi R^2} \rightarrow R = \frac{1}{5} m = 20 cm$$

سؤال ۱۸۶ - گزینه ۴ - ساده

$$\frac{V_{\text{خروجی}}}{V_{\text{ورودی}}} = \frac{N_{\text{ثانویه}}}{N_{\text{اولیه}}}$$

$$\rightarrow \left(K_A = \frac{4000}{100} = 40 \quad , \quad K_B = \frac{500}{40000} = \frac{1}{80}\right) \rightarrow \frac{K_A}{K_B} = 3200$$

سؤال ۱۸۷ - گزینه ۳ - ساده

$\varphi = BA\cos\omega t \rightarrow$ نمودار کسینوسی استاندارد

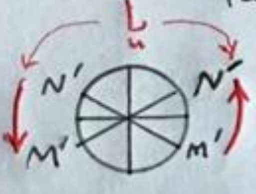
$\varepsilon = -\varphi'_t = \omega BA \sin\omega t$

نمودار سینوسی استاندارد

با توجه به اطلاعات لحظه‌ی شروع، $\varphi = BA\cos\omega t$ صحیح است و فاز اولیه نداریم.

سؤال ۱۸۸ - گزینه ۱ - متوسط

طی کردن پاره‌خط $M'N'$ یعنی بدون تغییر جهت از "M'" به "N'" برویم. با توجه به دایره مرجع داریم:



$$\sin\theta_{N'} = \frac{x_{N'}}{A} = \frac{1}{2} < \begin{matrix} \theta = \pi/6 \\ \theta = 5\pi/6 \end{matrix}$$

$$\sin\theta_{M'} = \frac{-1}{2} < \begin{matrix} 7\pi/6 \\ -\pi/6 \end{matrix}$$

$$\Delta\theta_{M' \rightarrow N'} = 2 \times \pi/6 = \pi/3 \rightarrow \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{3} rad/s \rightarrow$$

پاسخ تشریحی فیزیک کنکور ریاضی ۹۶

هومن میرعابدینی

$$v = A\omega \cos\theta = ٣ \times \frac{٢\pi}{٣} \times \left| \cancel{\cos\theta}_{N'} \right| \overset{\frac{\sqrt{٣}}{٢}}{=} \sqrt{٣}\pi \ cm/s$$

سؤال ۱۸۹ـ گزینه ۲ـ متوسط

$$\left.\begin{array}{l} a = \frac{-\pi^٢}{٤}x \\ a = -\omega^٢ x \end{array}\right\} \rightarrow \omega = \frac{\pi}{٢} \ rad/s$$

$$\frac{K}{E} = \frac{E\cos^٢\theta}{E} = \cos^٢\omega t = \cos^٢\left(\frac{\pi}{٢} \times \frac{١}{٣}\right) = \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^٢ = \frac{٣}{٤}$$

سؤال ۱۹۰ـ گزینه ۲ـ ساده

$$\cos\theta = \frac{v}{A\omega} \ , \ \sin\theta = \frac{x}{A}$$

$$\left.\begin{array}{l} \sin^٢\theta + \cos^٢\theta = ١ \rightarrow \frac{x^٢}{A^٢} + \frac{v^٢}{A^٢\omega^٢} = ١ \rightarrow v^٢ = A^٢\omega^٢ - \omega^٢ x^٢ \\ v^٢ = ٢٥٠٠z^٢ - ٢٥٠٠x^٢ \end{array}\right\}$$

$$\rightarrow \omega^٢ = ٢٥٠٠ \ , \ z^٢ = A^٢ \rightarrow z = A$$

سؤال ۱۹۱ـ گزینه ۳ـ ساده

$$\Delta\varphi = \overset{٢\pi f}{\cancel{\omega}}\Delta t = ٢\pi \times ٥٠ \times ٢/٥ \times ١٠^{-٣} = \frac{\pi}{٤}$$

سؤال ۱۹۲ـ گزینه ٤ـ متوسط

$$f = f_{\text{دیاپازن}} = \text{ثابت}$$

$$\hookrightarrow \frac{nv}{٢L}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{mg}{\mu}} \xrightarrow{m\downarrow} v\downarrow$$

$$\frac{nv}{٢L} : \text{ثابت} \longrightarrow n\uparrow$$

پاسخ تشریحی فیزیک کنکور ریاضی ۹۶ هومن میرعابدینی

سؤال ۱۹۳ - گزینه ۲ - متوسط

$$\left.\begin{array}{l} I \propto A^2 \\ \frac{A_2}{A_1} = 0/8 \end{array}\right\} \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 0/64$$

$$\Delta\beta = \log\frac{I_2}{I_1} = \log\frac{64}{100} = \log \cancel{64}^{2^6} - \log 100 = 6\cancel{\log}^{1/8} 2 - 2 = -0/2b \rightarrow -2db$$

سؤال ۱۹۴ - گزینه ۲ - ساده

$$\frac{f_0}{f_s} = \frac{\vec{v} - \vec{v_0}}{\vec{v} - \vec{v_s}} \rightarrow \frac{\cancel{1150}^{23}}{\cancel{1200}_{24}} = \frac{340 - (-5)}{340 - (-v_s)}$$

$$\rightarrow \frac{\cancel{23}}{24} = \frac{\cancel{345}^{15}}{340 + v_s} \rightarrow 360 = 340 + v_s \rightarrow v_s = 20 \ m/s$$

سؤال ۱۹۵ - گزینه ۱ - ساده

$$\Delta t = \frac{x_{BP} - x_{AP}}{c} = \frac{(\sqrt{80^2 + 60^2} - 60) \times 10^3}{3 \times 10^8}$$

$$\rightarrow \Delta t = \frac{40 \times 10^3 \times 10^{-8}}{3} = \frac{4}{3} \times 10^{-4} \ s$$

سؤال ۱۹۶ - گزینه ۳ - دشوار

$$\lambda = \frac{ax}{nD} \rightarrow x = \frac{3\lambda D}{a}, \ D' = \frac{6}{5}D$$

حالت دوم:

اگر نوار روشن باشد $\rightarrow \lambda = \frac{a}{n \times \frac{6D}{5}} \times \frac{3\lambda D}{a} \rightarrow n = 2/5$ ✗

اگر نوار تاریک باشد $\rightarrow \lambda = \frac{2a}{(2n-1) \times \frac{6D}{5}} \times \frac{3\lambda D}{a} \rightarrow 2n - 1 = 5 \rightarrow n = 3$ ✓

پاسخ تشریحی فیزیک کنکور ریاضی ۹۶

هومن میرعابدینی

سوال ۱۹۷ - گزینه ۱ - متوسط

$$K_{max} = hf - hf_0$$

$$h(f_A - 0/5\times10^{15}) = h(f_B - 10^{15}) \to f_A + 0/5\times10^{15} = f_B$$

$$\to f_B > f_A \to f_B/f_A > 1$$

در این حال اگر $\frac{f_B}{f_A} \geq 2$ باشد، فوتوالکتریک برای A رخ نمی‌دهد:

مثلاً: $\frac{f_B}{f_A} = 2 \to f_A + 0/5\times10^{15} = 2f_A \to f_A = \underbrace{0/5\times10^{15}}_{\text{فرکانس قطع } A}$

ومثلاً: $\frac{f_B}{f_A} = 3 \to f_A = 0/25\times10^{15} < f_{0A}$ ✗

سوال ۱۹۸ - گزینه ۳ - متوسط

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$\to \frac{f}{c} = 0/01\times(10^{-9})^{-1}\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \to \frac{562/5\times10^{12}}{3\times10^{8}} = 10^{-7}\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$\to 0/1875 = \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \xrightarrow{\text{صدق گزینه}} n' = 2 , n = 4$$

سوال ۱۹۹ - گزینه ۴ - متوسط

$$B \to \frac{B}{2} \to \frac{B}{4} \to \frac{B}{8} \to \frac{B}{16}$$

$$A \longrightarrow \frac{A}{2} \longrightarrow \frac{A}{4}$$

$$n_B = 4 , n_A = 2 \to n_B - n_A = 2$$

سوال ۲۰۰ - گزینه ۱ - ساده   متن کتاب درسی

۲۰۱) گزینه ۱

۱) درست

۲) نادرست ← $^{7}_{3}Li^{+}$ ($n_e=2 \neq n=4$)

۳) نادرست ← فراوانی (^{35}Cl)٪۷۵ > فراوانی ٪۲۵ (^{37}Cl)

۴) نادرست ← ۲٫۳۳ برابر جرم اتمی کربن ۱۴amu نمی‌باشد بلکه ۲۸amu می‌باشد

---

۲۰۲) گزینه ۴

مواد دارای خاصیت فلوئورسانس نوری با طول موج معین را جذب و آن را به صورت نوری با طول موج بلندتر منتشر می‌کنند، تابش نور پس از قطع منبع نور قطع می‌شود.

---

۲۰۳) گزینه ۴

گازهای نجیب گروه ۱۸ هستند. تفاوت عدد اتمی $_2He$ و $_{18}Ar$ برابر ۱۶ است.

---

۲۰۴) گزینه ۳

عنصری با آرایش الکترونی لایه آخر برابر $4s^2\ 4p^3$ به دوره ۴ و گروه ۱۵ متعلق است.

---

۲۰۵) گزینه ۴

۱) نادرست ← آخرین عنصر واسطه هر دوره در گروه ۱۰ جای دارند ← خیر

۲) نادرست ← نخستین عنصر گروه های ۱۴ تا ۱۸ در شرایط معمولی گازاند ← C گاز نیست

۳) نادرست ← آخرین زیرلایه اشغال شده اتم عنصرهای واسطه دارای $2e$ است ← $Cr: ... 4s^1$ و $Cu ... 4s^1$

۴) درست ← در عنصرهای گروه ۱۷ با افزایش عدد اتمی (در یک گروه از بالا به پایین) الکترونگاتیوی و واکنش پذیری کاهش می‌یابد.

---

۲۰۶) گزینه ۱

۱) SnO_2 و H_2O_2 ۲۵=۲۵

۲) $KMnO_4$ و $Mg_3(PO_4)_2$ ۸۰≠۴۵

۳) $CuSO_4$ و $Fe(NO_3)_3$ ۹۰≠۴۵

۴) NH_4NO_3 و $Ca(HCO_3)_2$ ۶۰≠۳۵

---

۲۰۷) گزینه ۳

• کربن دی اکسید کربن (II) اکسید است ← کربن دی اکسید، کربن (IV) اکسید است

• تفاوت عدد اکسایش N در NH_4^+ و NO_3^- برابر ۲ است. تفاوت برابر ۸ است. N در NH_4^+ برابر ۳- و در NO_3^- برابر ۵+ است.

۱

۲۰۸) گزینه ①

پیوند هیدروژنی بین مولکولهایی که H متصل به O دارند برقرار می‌شود. ← الکل ها / کربوکسیلیک اسیدها / آمین های نوع ۱ و ۲

ویتامین C و گلیسیرین و استیک اسید به دلیل داشتن گروه OH^- امکان تشکیل این پیوند را دارند. اما تری متیل آمین نمی‌تواند.

---

۲۰۹) گزینه ②

زاویه پیوندی NH_2^- به زاویه پیوندی در مولکول آب نزدیکتر است.

H_3O^+ ⟶ هرمی

CO_3^{2-} ⟶ مثلث مسطح

NO_2^+ ⟶ خطی

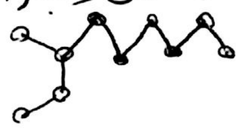
NH_2^- ⟶ خمیده

---

۲۱۰) گزینه ①

✓ آ) فرمول مولکولی منتول $C_{10}H_{20}O$ است.

✗ ب) ۲ هپتانون و بنزآلدهید ایزومر یکدیگر ~~هستند~~ نیستند

✓ پ)  ۳ متیل نونان است.

✗ ت) در نفتالین ($C_{10}H_8$) $\cancel{\frac{nH}{nC}=1}$ ⟵ $\frac{nH}{nC}=\frac{8}{10}$

---

۲۱۱) گزینه ② از مولکول سیکلوهگزان (C_6H_{12}) ۳ مولکول هیدروژن ($6H$) جدا شود به بنزن (C_6H_6) تبدیل می‌شود.

---

۲۱۲) گزینه ③ با (^{16}O و ^{18}O) و (^{24}Mg و ^{25}Mg) چهار اکسید با جرم متفاوت می‌توان نوشت. جرم سنگین‌ترین اکسید به سبکترین $\frac{43}{40}=1.075$ است.

---

۲۱۳) گزینه ④ اگر در آسپرین به جای گروه استات گروه هیدروکسیل بنشیند، سالیسیلیک اسید تبدیل می‌شود.

---

۲۱۴) گزینه ② ۳ و ۵ متیل اوکتان ⟵ با فرمول مولکولی $C_{10}H_{22}$ دارای فرمول تجربی C_5H_{11} است.

۲۱۵) گزینه ①

$\xrightarrow{\Delta} Al_2O_3(s) + 3SO_3(g)$

$Al_2(SO_4)_3 \sim 3SO_3$

1 mol	3×24 L
0.5 mol	x = 36 L

بازده نظری

$\text{بازده} = \frac{28.8}{36} \times 100 = 80\,\%$

$Al_2(SO_4)_3 \sim Al_2O_3(s)$

1 mol	102 gr
0.5 mol	$x \times \frac{8}{10}$

$\rightarrow \boxed{x = 40.8\,gr}$

---

۲۱۶) گزینه ①

$A_2(s) + X_2(s) \longrightarrow 2AX(g)$

(0.1 mol) (0.1 mol) (0.2 mol)

$\Delta E = -100\,kJ$, $\Delta H = -90\,kJ$

$\Delta E = \Delta H + w$

$-10 = -9 + w \rightarrow w = -1\,KJ = -1000\,J$

$w = -P\Delta V$

$-1000\,J \times \frac{1\,Li.atm}{100\,J} = -1\,atm \times \Delta V \rightarrow \Delta V = 10\,Lit$

در شرایط STP ← 0.2 mol گاز برابر 4.48 L خواهد بود

---

۲۱۷) گزینه ③

$M_{\text{اتیلن گلیکول}} = 62\,gr$ و $M_{H_2O} = 18\,gr$

$Q = (n_1C_1 + n_2C_2)\Delta\theta$

$\left(\frac{2500}{18} \times 75.4 + \frac{2500}{62} \times 134.4\right) \times 1 = 15972\,J \simeq 15.9\,KJ$

---

۲۱۸) گزینه ②

• ✓

• ✓

• ✗ خود به خودی بودن واکنش ها از نظر ترمودینامیک به معنای زیاد بودن سرعت آنهاست ← غلط

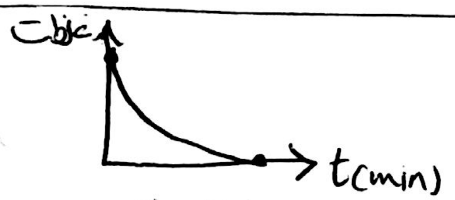
• ✗ هر واکنش که از نگاه ترمودینامیک امکان پذیر باشد، از نگاه سینتیک راه مناسبی برای انجام آن وجود دارد ← غلط

۲۱۹) گزینه ۲

$\ldots = \text{N} > C \equiv C > O = O > C - C$

---

۲۲۰) گزینه ۴



محلول ۲ مولار است در هر دقیقه 1 L ۲٪ به آن آب افزوده می شود پس غلظت آن به صورت نمودار داده شده کاهش می یابد.

$$f(x) = \frac{2}{1+x}$$

---

۲۲۱) گزینه ۳ آب، تولوئن، نمک خوراکی، استون با هم سه فاز

نمک خوراکی و استون در آب حل شده اما تولوئن حل نمی شود. اما همه نمک خوراکی حل نمی شود.

---

۲۲۲) گزینه ۴

$$\text{جرم محلول} = 1000\,mL \times 1.2\,\frac{gr}{mL} = 1200\,gr$$

$$1000\,mL_{\text{محلول}} \times \frac{1.2\,gr\ \text{محلول}}{mL\ \text{محلول}} \times \frac{36.5\,gr\ \text{حل شونده}}{100\,gr\ \text{محلول}} \times \frac{1\,mol\ HCl}{36.5\,gr\ HCl} \times \frac{22.4}{1\,mol\ HCl} = 268.8\,L$$

---

۲۲۳) گزینه ۱ (کلوئید: قطره روغن + مولکولهای پاک کننده غیرصابونی در آب)

۱) درست: سطح بیرونی قطره دارای بار منفی است.

۲) نادرست: یونهای سدیم درون قطره چربی پخش شده اند.

۳) نادرست: کلوئید از نوع ژل است.

۴) نادرست: در صورت ساکن ماندن آب، به طور خود به خودی ته نشین می شود.

---

۲۲۴) گزینه ۲ مقدار اکسیژن افزایش می یابد اما سرعت تولید در حال کاهش است.

$$2H_2O_2 \longrightarrow 2H_2O + O_2$$

$$\Delta n_{O_2} = \frac{1}{2}\Delta n_{H_2O_2} = \frac{0.84}{2} = 0.42\,mol$$

---

۲۲۵) گزینه ۳

$$(0.04 + 0.07 + 0.6) \times 10^4 \times 10^6 = 71 \times 10^8\,gr \longrightarrow 7100\ \text{تن}$$

جمع کل آلاینده ها برحسب gr

$$\frac{0.71}{8.71} \times 100 = 8\% \longrightarrow 100 - 8 = 92\%$$ میزان کاهش آلایندگی

(۴)

۲۲۶) گزینه ④

---

۲۲۷) گزینه ②

$$2SO_3(g) \rightleftharpoons 3SO_2(g)$$

t_0 : 1 , 0

t_{eq} : $\underbrace{1-2x}_{0.2\ mol/L}$, $\underbrace{3x}_{1.2\ mol/L}$ $\longrightarrow 1-2x = \frac{1}{6}(3x) \longrightarrow x = 0.4\ mol/L$

$$K = \frac{(1.2)^3}{(0.2)^2} = 43.2\ mol/L$$

$\boxed{42\,gr\,N_2 \longrightarrow 1.5\ mol\,N_2}$

۲۲۸) گزینه ②

$$2CO_{(g)} + 2NO_{(g)} \rightleftharpoons 2CO_{2(g)} + N_2(g)$$

t_0 : 4 , 6 , 0 , 0

t_{eq} : $4-2x$, $6-2x$, $2x$, x $(1.5\ mol)$

$n_{\text{کل}} = 10 - x = 8.5\ mol$

$$K = \frac{[CO_2]^2[N_2]}{[CO]^2[NO]^2} = \frac{(3)^2 \times (1.5)}{(1)^2(3)^2} \times 2 = 3\ L/mol$$

---

۲۲۹) گزینه ①

$6400 \times 10^{-6} = \dfrac{\text{جرم گوگرد}}{1000\ gr} \longrightarrow \text{گوگرد} = 6.4\ gr \longrightarrow 0.2\ mol\ \underline{S} \sim 0.2\ mol\ H_2SO_4$

$M_{\text{اسید}} = \dfrac{0.2\ mol}{1000\ L} = 2 \times 10^{-4}\ mol/L$

$[H_3O^+] = n.M.\alpha = 2 \times 2 \times 10^{-4}\ mol/L$

$pH = -\log(4 \times 10^{-4}) = 4 - 2\log 2 = 3.4$

PH از ۷ به ۳٫۴ رسیده یعنی ۳٫۶ واحد تغییر کرده است.

---

۲۳۰) گزینه ④

$\begin{cases} pH = 3 \longrightarrow [H_3O^+] = 10^{-3}\ mol/L \\ \alpha = \frac{1}{10} \end{cases}$

$[H_3O^+] = n.M.\alpha$

$10^{-3} = 1 \times M \times \frac{1}{10} \longrightarrow M = 10^{-2}\ mol/L$

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} = \frac{10^{-2} \times 10^{-2}}{1-0.1} = 1.11 \times 10^{-4}\ mol/L$$

۲۳۱) گزینه ۲

$[H_3O^+][OH^-] = 10^{-14}$ و

$[H_3O^+] = 10^{-12}\ mol/L$

$[OH^-] = 10^{-2}\ mol/L$

$0.1\ L \times 10^{-2}\ mol/L = 10^{-3}\ mol\ OH^-$

به همین مقدار مول H^+ نیاز است تا خنثی شود و HCl یک اسید یک ظرفیتی است.

---

۲۳۲) گزینه ۲

$$10^{-3}L \times \frac{10\ mol}{L} \times \frac{36.5\ gr\ HCl}{1\ mol\ HCl} = 365\times10^{-3}\ gr$$

ppm یعنی میلی‌گرم حل‌شونده در یک لیتر محلول

$$\frac{365\ mgr}{1\ L} = 365\ ppm$$

متیل سرخ در محلول اسید به رنگ سرخ در می‌آید.

---

۲۳۳) گزینه ۴

$$2H_2(g) + O_2(g) \longrightarrow 2H_2O(g)$$

$$448\ L\ O_2 \times \frac{1\ mol\ O_2}{22.4\ L\ O_2} \times \frac{4\ mol\ e^-}{1\ mol\ O_2} = 80\ mol\ e^-$$

$\boxed{\text{مقدار } e \text{ حاصل از سلول سوختی}}$

$$\begin{cases} Ag \longrightarrow Ag^+ + e^- \\ Ag^+ + e^- \longrightarrow Ag \end{cases}$$

$$80\ mol\ e^- \times \frac{1\ mol\ Ag}{1\ mol\ e^-} \times \frac{108\ gr\ Ag}{1\ mol\ Ag} = 8640\ gr\ Ag$$

---

۲۳۴) گزینه ۳

- ✓
- ✓
- ✓
- ✗

---

۲۳۵) گزینه ۱

$$2Al_2O_3(s) + 3C(s) \longrightarrow 4Al(l) + 3CO_2(g)$$

$3C$	$\sim 4Al$
$3\times12\ gr$	$4\times27\ gr$
$x =$	$10^6\ gr$

$333\times10^{3}\ gr = 333\ gr$

$4Al$	$\sim 3CO_2$
$4\times27\ gr$	$3\times25\ L$
$10^6\ gr$	$x = 694.4\times10^3\ L = 694.4\ m^3$